Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Test 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\ge1}$, știind că $a_2=2$.
5p	**2.** Determinați numărul real a pentru care punctul $A(a,a^2)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-4$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-5x+7}=x-1$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 10.
5p	**5.** Determinați numărul real m, pentru care vectorii $\vec{u}=m\vec{i}+5\vec{j}$ și $\vec{v}=3\vec{i}+3\vec{j}$ sunt coliniari.
5p	**6**. Arătați că $(\sin x-\cos x)^2+(\sin x+\cos x)^2=2$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4&-6\\2&-3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $M(x)=I_2+xA$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det A=0$.
5p	**b)** Demonstrați că $M(x)M(y)=M(x+y+xy)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**c)** Determinați perechile de numere naturale (m,n) pentru care $M(m)M(n)=M(6)$.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=xy-x-y+2$.
5p	**a)** Arătați că $x\circ y=(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**b)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x\circ x\le 5$.
5p	**c)** Calculați $1^n\circ 2^n\circ 3^n\circ\ldots\circ 2020^n$, pentru orice număr natural nenul n.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-e\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x-e}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Demonstrați că graficul funcției f **nu** admite în niciun punct o tangentă paralelă cu dreapta de ecuație $y=x$.
5p	**c)** Demonstrați că ecuația $e^x-x^e=0$ are exact o soluție în $(0,+\infty)$.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x(x+2)e^x$.
5p	**a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^3\frac{f(x)}{e^x}dx=18$.
5p	**b)** Calculați $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$.
5p	**c)** Determinați numărul natural nenul n, știind că $\displaystyle\int_1^n\frac{(x+1)e^x}{f(x)}dx=\frac{3\ln 2}{2}$.