Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 14

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(2+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{15}{16}+\sqrt[3]{-8}=\frac{30+5-3}{15}\cdot\frac{15}{16}+(-2)=$	**3p**
	$=\frac{32}{15}\cdot\frac{15}{16}-2=2-2=0$	**2p**
2.	$f(4)=0\Rightarrow -4+a=0$	**3p**
	$a=4$	**2p**
3.	$2x+1=25\Rightarrow 2x=24$	**3p**
	$x=12$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**2p**
	Numerele din mulțimea A care sunt multipli de 6 sunt 30, 60 și 90, deci sunt 3 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$	**1p**
5.	$M(5,5)$	**3p**
	$OM=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$	**2p**
6.	$\sin^2 x=1-\cos^2 x=1-\left(\frac{5}{13}\right)^2=\frac{144}{169}$ și, cum $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x=\frac{12}{13}$	**3p**
	$\operatorname{tg} x=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{12}{13}\cdot\frac{13}{5}=\frac{12}{5}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{vmatrix}=1\cdot 0-1\cdot(-1)=$	**3p**
	$=0+1=1$	**2p**
b)	$B\cdot B=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$	**3p**
	$B\cdot B+A=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
c)	$A\cdot B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $B\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A+B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow A\cdot B+B\cdot A-(A+B)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\log_2 x & 0\\ 0 & \log_3 y\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_2 x=1\\ \log_3 y=1\end{cases}$, de unde obținem $x=2$ și $y=3$, care convin	**3p**
2.a)	$2020*5=2020+\frac{5}{5}+1=$	**3p**

	$= 2020 + 1 + 1 = 2022$	2p
b)	$x * x = x + \frac{x}{5} + 1 = \frac{6x}{5} + 1$, $(x * x) * x = \left(\frac{6x}{5} + 1\right) * x = \frac{6x}{5} + 1 + \frac{x}{5} + 1 = \frac{7x}{5} + 2$	2p
	$\frac{7x}{5} + 2 = \frac{24}{5} \Leftrightarrow 7x + 10 = 24$, de unde obținem $x = 2$	3p
c)	$5^x + \frac{5^{x+1}}{5} + 1 = 11 \Leftrightarrow 5^x + 5^x = 10 \Leftrightarrow 2 \cdot 5^x = 10$	3p
	$5^x = 5$, de unde obținem $x = 1$	2p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = -3x^2 + 3 =$	3p
	$= 3\left(1 - x^2\right) = 3(1 - x)(1 + x)$, $x \in \mathbb{R}$	2p
b)	$\lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x) - 7}{x - 2} = \lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} =$	3p
	$= f'(2) = -9$	2p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ sau $x = 1$	2p
	$x \in [-1,1] \Rightarrow f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[-1,1]$, $x \in [1,+\infty) \Rightarrow f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[1,+\infty)$ și, cum $f(1) = 11$, obținem $f(x) \leq 11$, pentru orice $x \in [-1,+\infty)$	3p
2.a)	$\int\limits_{-1}^{1} f(x) \cdot \left(x^2 + 1\right) dx = \int\limits_{-1}^{1} \frac{x}{x^2 + 1} \cdot \left(x^2 + 1\right) dx = \int\limits_{-1}^{1} x dx = \frac{x^2}{2} \Big\|_{-1}^{1} =$	3p
	$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$	2p
b)	$\int\limits_0^1 \left(x^2 + 1\right) e^x f(x) \, dx = \int\limits_0^1 \left(x^2 + 1\right) e^x \cdot \frac{x}{x^2 + 1} \, dx = \int\limits_0^1 x e^x dx = (x - 1) e^x \Big\|_0^1 =$	3p
	$= 0 - (-1) e^0 = 1$	2p
c)	$\int\limits_0^a \left(f(x) - f(-x)\right) dx = \int\limits_0^a \left(\frac{x}{x^2 + 1} - \frac{-x}{x^2 + 1}\right) dx = \int\limits_0^a \frac{2x}{x^2 + 1} dx = \ln\left(x^2 + 1\right) \Big\|_0^a = \ln\left(a^2 + 1\right)$	2p
	$\ln\left(a^2 + 1\right) = \ln(2a) \Rightarrow a^2 + 1 = 2a$, de unde obținem $a^2 - 2a + 1 = 0$, deci $a = 1$, care convine	3p