

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Varianta 7

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $1,5 + 3 \cdot (1 - 0,5) = 3$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 5 - x$ . Arătați că  $f(0) - f(1) = 1$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{3x - 8} = 1$ .
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ , acesta să verifice inegalitatea  $2n \geq 9$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,0)$ ,  $B(1,2)$  și  $C(4,1)$ . Arătați că triunghiul  $ABC$  este isoscel.
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , cu aria egală cu 50 și  $AC = 5$ . Arătați că lungimea laturii  $AB$  este egală cu 20.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -x & 2-x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(1)) = 2$ .
- 5p b) Arătați că  $3A(2) + A(6) = 4A(3)$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $A(x) \cdot A(x) = 2A(x)$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = xy + 2x - y - 1$ .
- 5p a) Arătați că  $1 * 1 = 1$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $x * 2 = x$ .
- 5p c) Arătați că  $(1 - x) * x \leq 2$ , pentru orice număr real  $x$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + \frac{2}{e^x} - 1$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{2(e^x - 1)}{e^x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 0$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $m$  și  $n$ , știind că dreapta  $d$  de ecuație  $y = mx + n$  este asimptota oblică spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x^3 + 3x$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_1^2 (f(x) - 3x) dx = 15$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_2^5 \frac{1}{f(x) - 4x^3 + 3} dx = \frac{1}{3} \ln 2$ .
- 5p c) Demonstrați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{x^3 + f(x)}{x}$  este egal cu  $2\pi f(3)$ .